



FIZYKA Z ELEMENTAMI FIZYKI RADIACYJNEJ I | WYKŁAD 12

Elektrostatyka

dr inż. Katarzyna Gwóźdź

Elektrostatyka

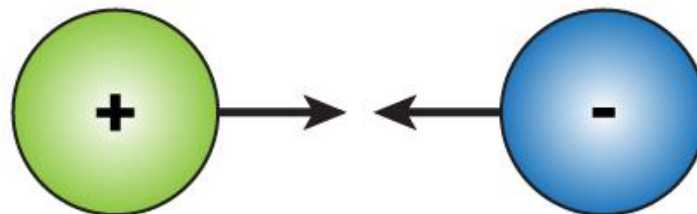
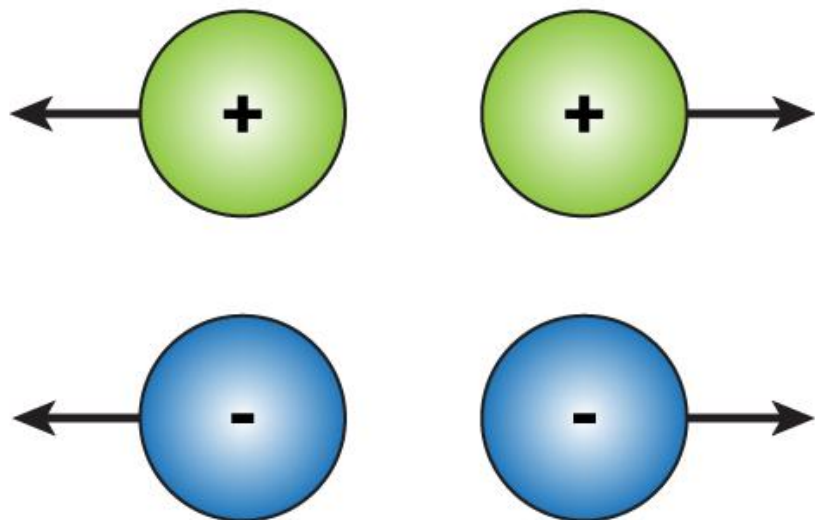
Doświadczenie 10.1
Pałeczka ebonitowa i szklana +
elektroskop

Ładunek elektryczny:

Dziedzina nauki
zajmująca się
nieruchomymi ładunkami

Proton
Kation
Pozyton
Jądro helu

Elektron
Anion
Mion



Właściwości ładunku elektrycznego

Skwantowany

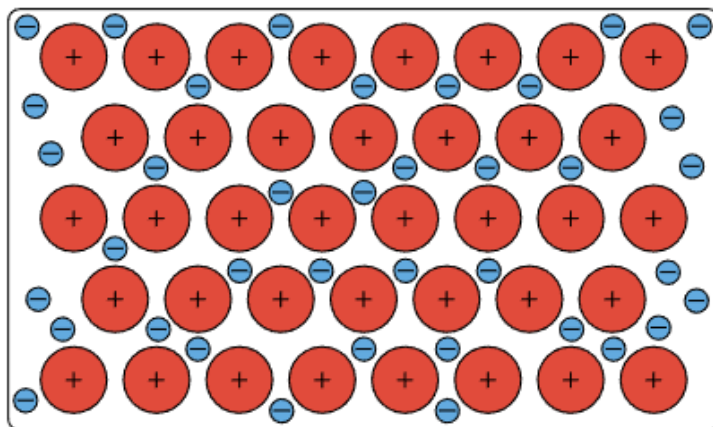
- Może przyjmować tylko określone wartości
- $q = ne$
- $e = 1.602 * 10^{-19} C$

Zachowany

- Wypadkowy ładunek układu odosobnionego jest zawsze zachowany
- Ładunek jest przekazywany, nie znika

Przewodniki i izolatory

Przewodniki

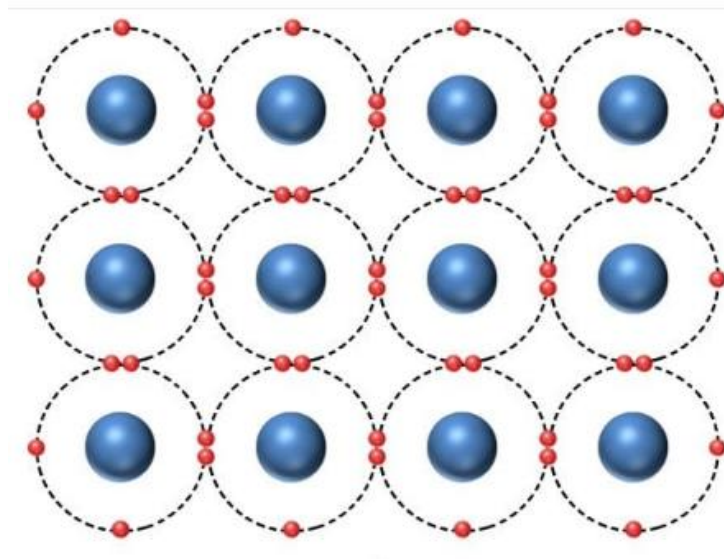


<https://www.nagwa.com/en/explainers/843104808380/>

⊖ Delocalized electrons

⊕ Metal ions

Izolatory



<https://www.scienceabc.com/innovation/internal-resistance-battery-works.html>

Przewodniki i izolatory

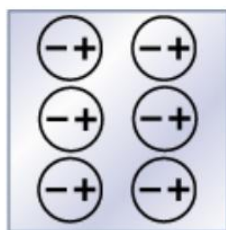
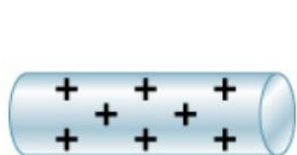
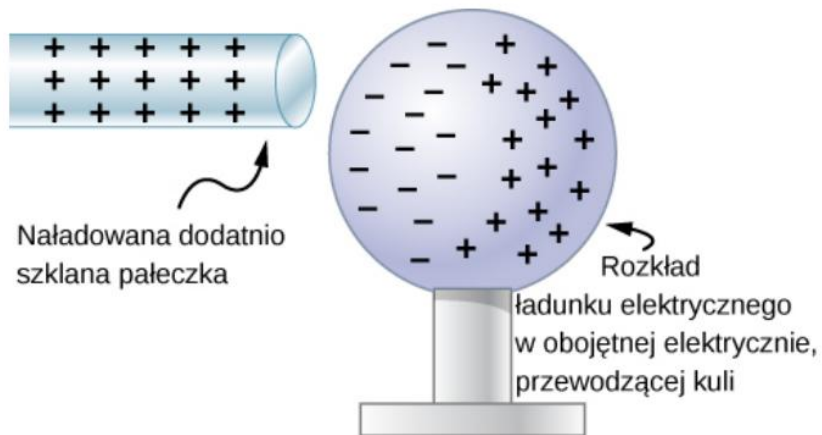
Przewodniki

- Elektron walencyjny luźno związany z atomem
- Elektrony mogą przemieszczać się w materiale
- Elektrony są swobodne, dlatego przewodnictwo jest wysokie
- Wiązania metaliczne

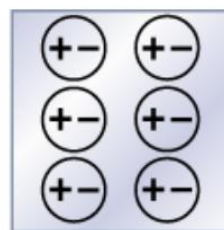
Izolatory

- Elektron walencyjny silnie związany z atomem
- Elektrony mogą przemieszczać się tylko w obrębie atomów
- Elektrony są związane z atomami, dlatego przewodnictwo jest niskie
- Wiązania kowalencyjne

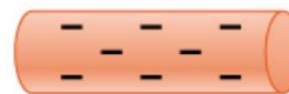
Elektryzowanie przez indukcję



(a)



(b)

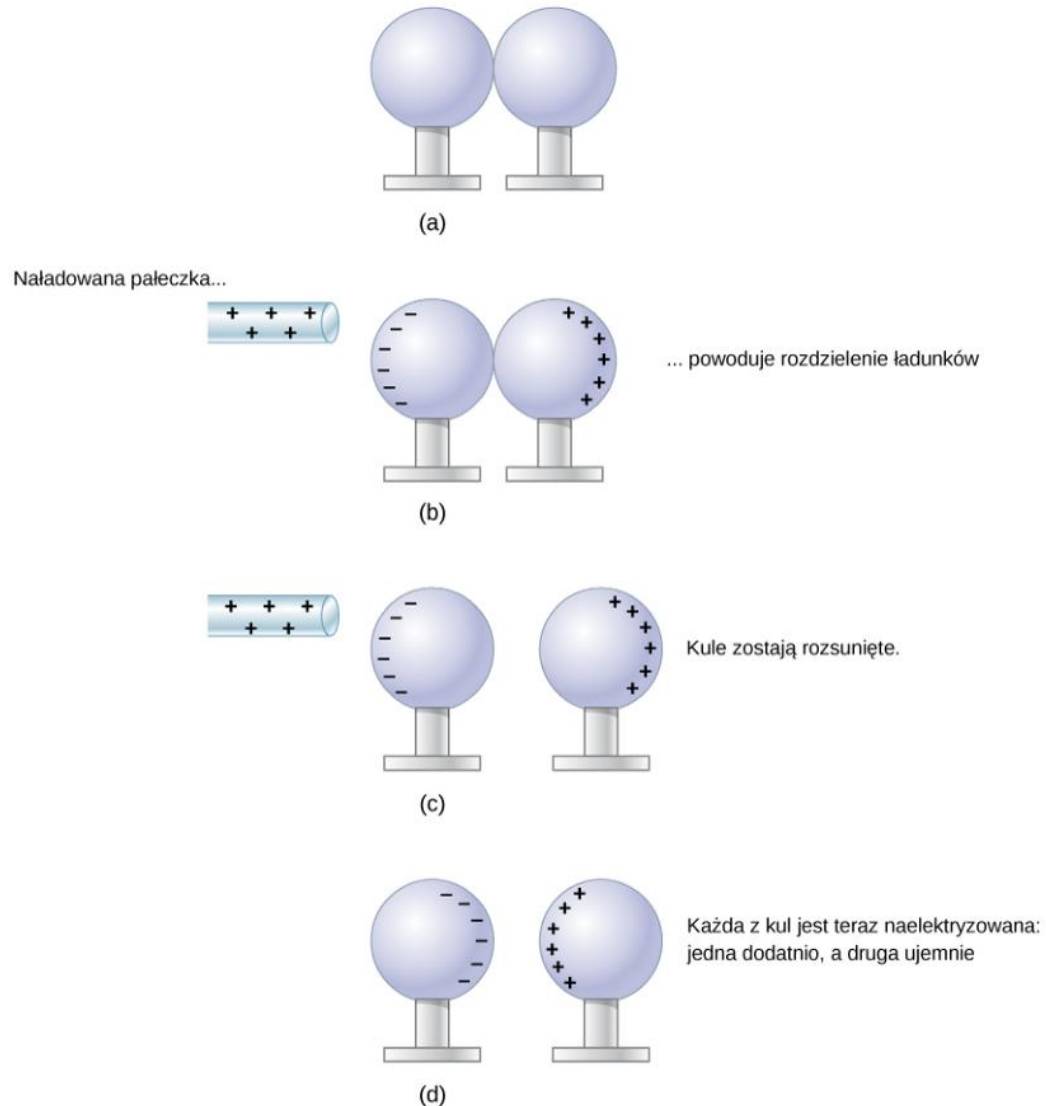


(c)

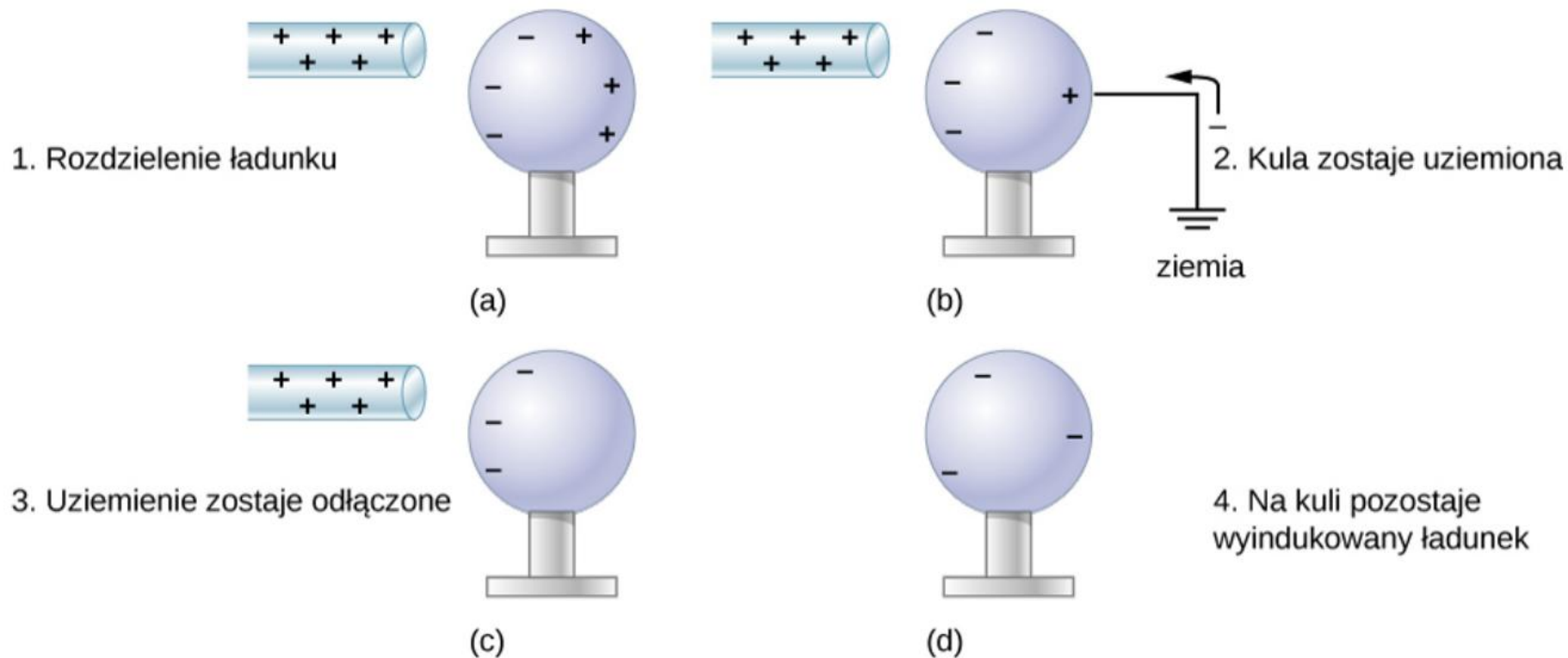
Animacja:

https://javalab.org/en/conductor_and_insulator_en/

Trwałe elektryzowanie przez indukcję



Trwałe elektryzowanie przez indukcję



Prawo Coulomba

Siła elektrostatyczna pomiędzy dwoma naładowanymi elektrycznie cząsteczkami

$$\vec{F} = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \hat{r}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$\vec{F}$ [N] – siła Coulomba

$k = 8.99 * 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$ – stała elektrostatyczna

q_1 [C] - ładunek cząstki 1

q_2 [C] - ładunek cząstki 2

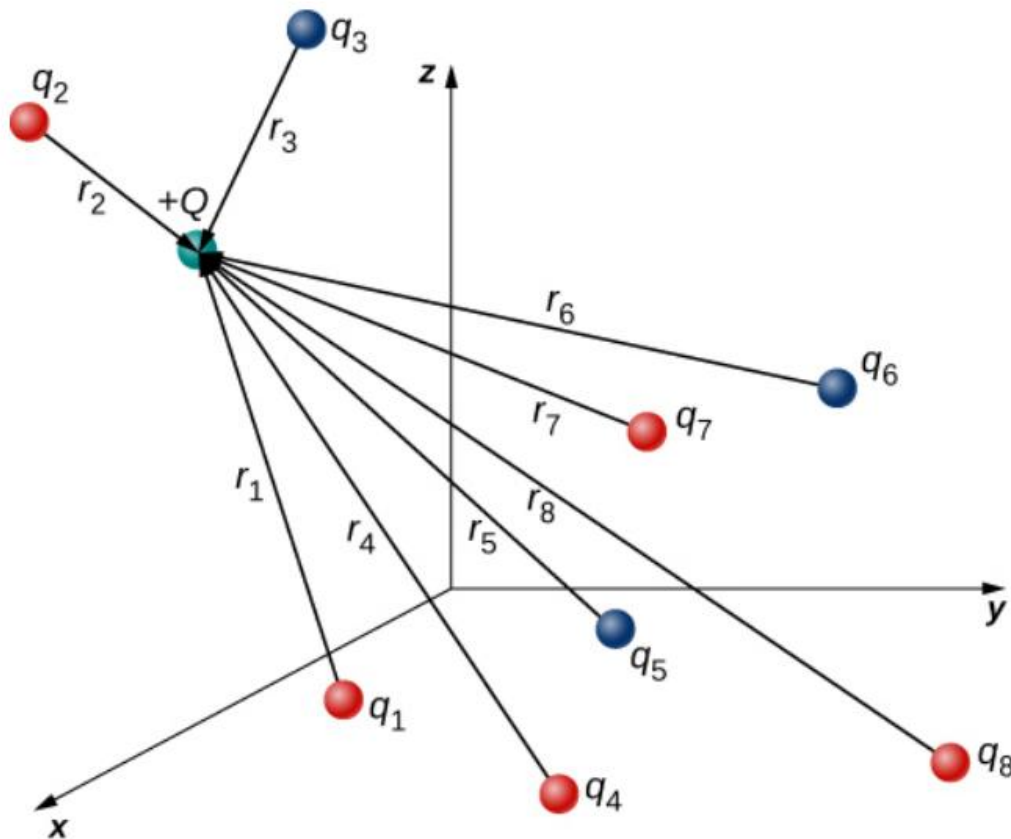
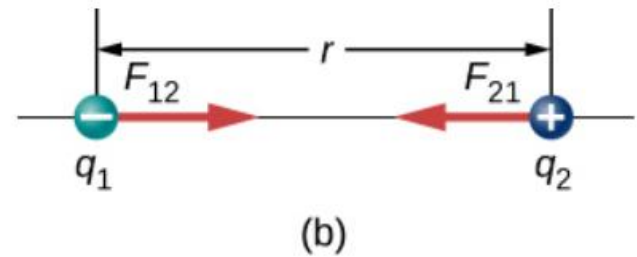
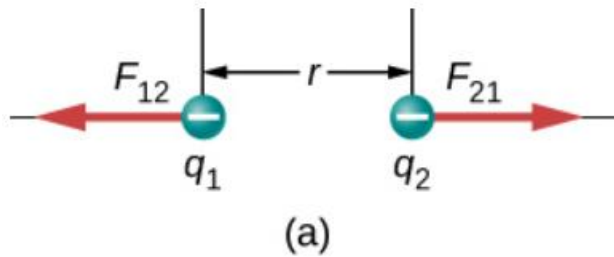
r – odległość między ładunkami

$\hat{r}$ – wektor jednostkowy

$\epsilon_0 = 8.85 * 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$ - przenikalność elektryczna próżni

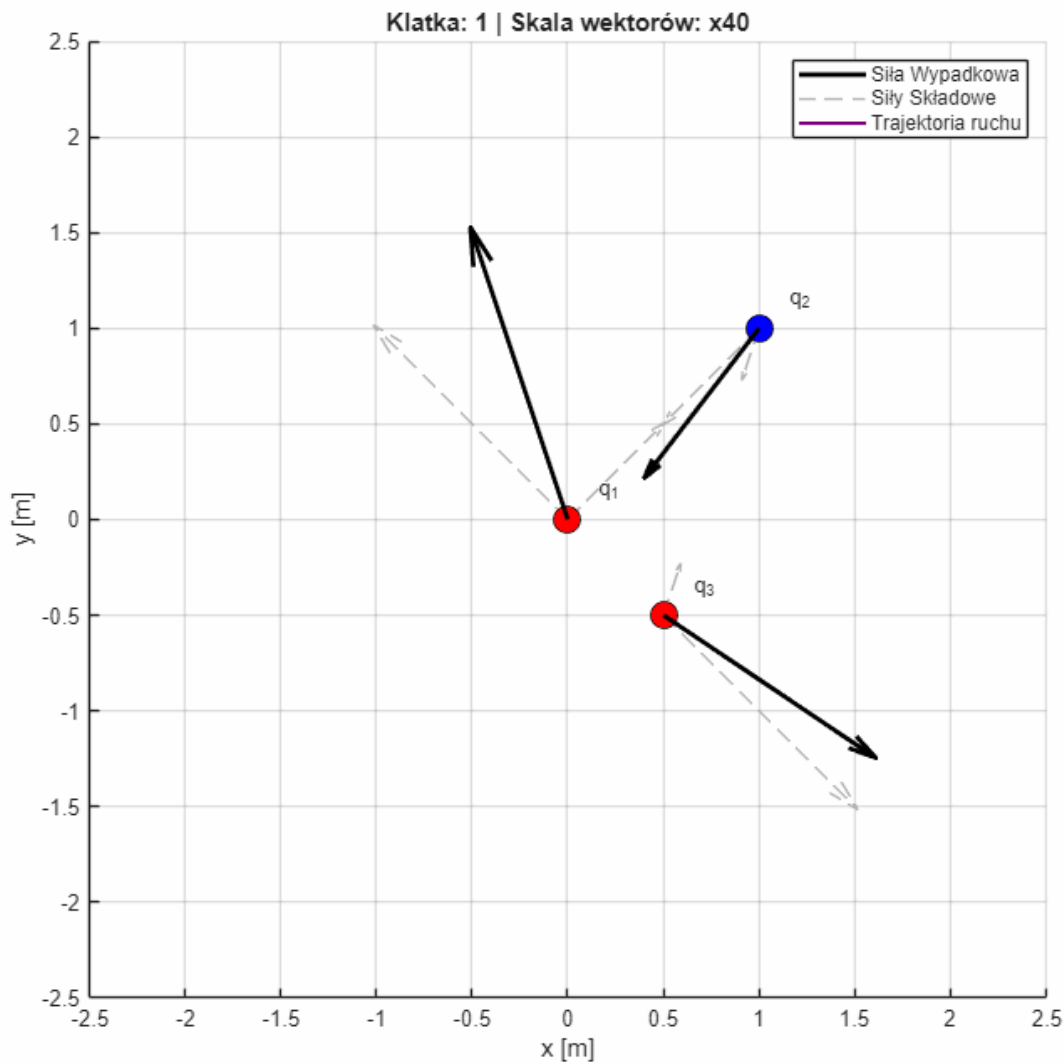
Prawo Coulomba

$$\vec{F} = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \hat{r}$$



$$\vec{F}_{wyp} = \sum_i \vec{F}_i$$

Prawo Coulomba



$$\vec{F}_{wyp} = \sum_i \vec{F}_i$$

Pole elektryczne

Właściwość przestrzeni, w której działa siła Coulomba.
Na ładunek próbny (zawsze dodatni) umieszczony w polu elektrycznym
działa siła Coulomba.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = k \frac{q}{r^2} \hat{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

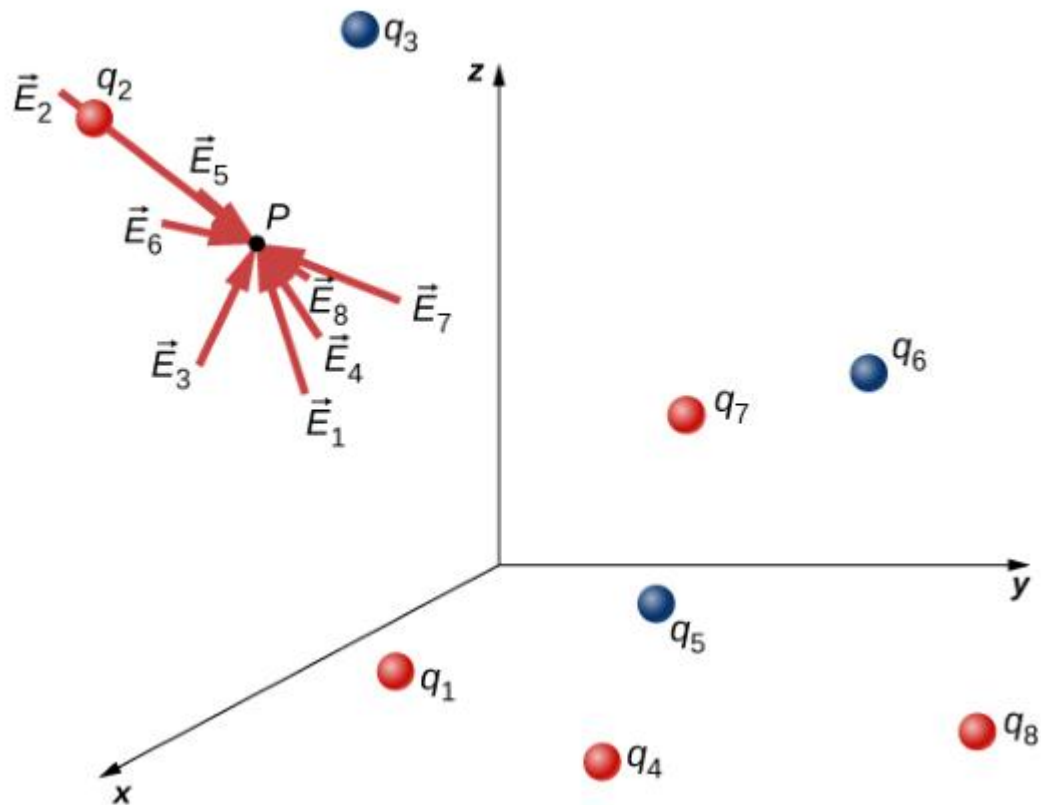
$\vec{E} \left[\frac{N}{C} = \frac{V}{m} \right]$ - natężenie pola elektrycznego

$\vec{F} [N]$ - siła Coulomba

$q_0 [C]$ - ładunek próbny (dodatni)

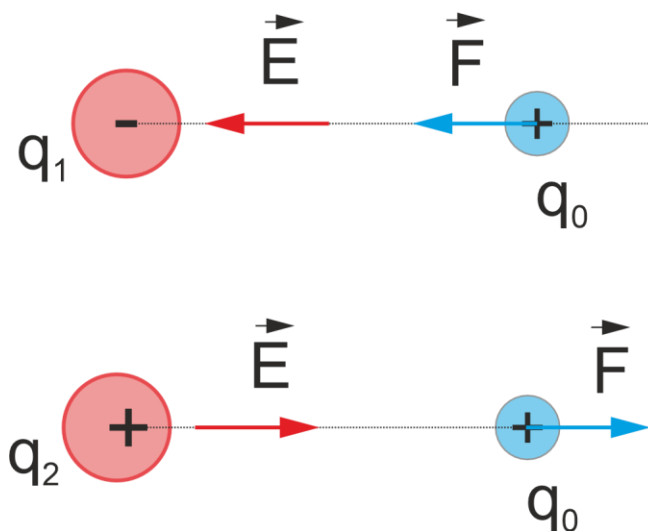
Pole elektryczne

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$



Kierunek pola elektrycznego

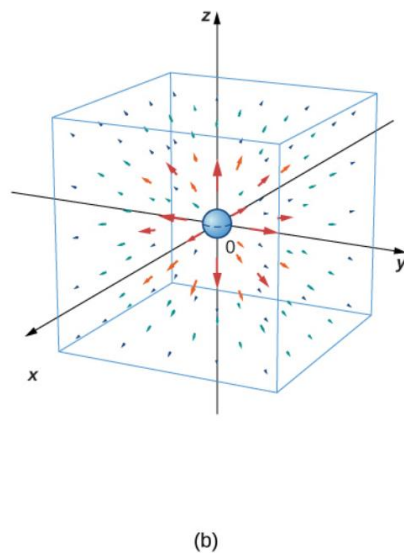
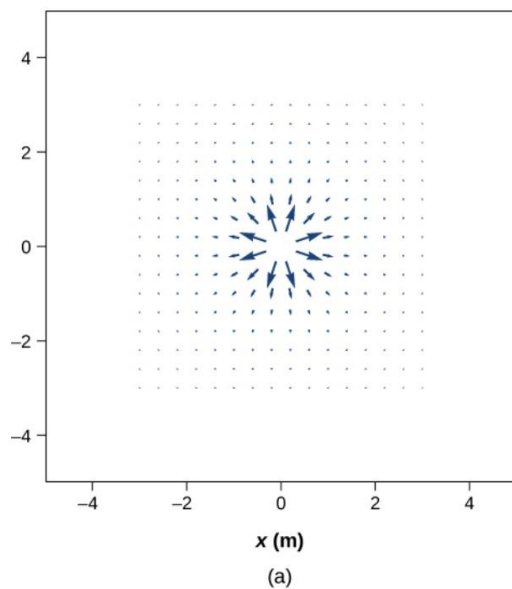
Zgodnie z przyjętą konwencją, każdy wektor natężenia pola elektrycznego jest skierowany od ładunków dodatnich w stronę ładunków ujemnych.



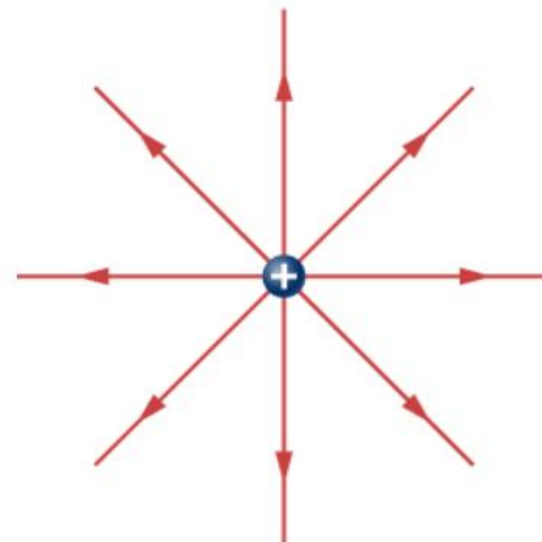
Linie pola elektrycznego

Pozwalają na wizualizację zmiany stanu przestrzeni, a tym samym na graficzne przedstawienie pola elektrycznego.

Pole wektorowe

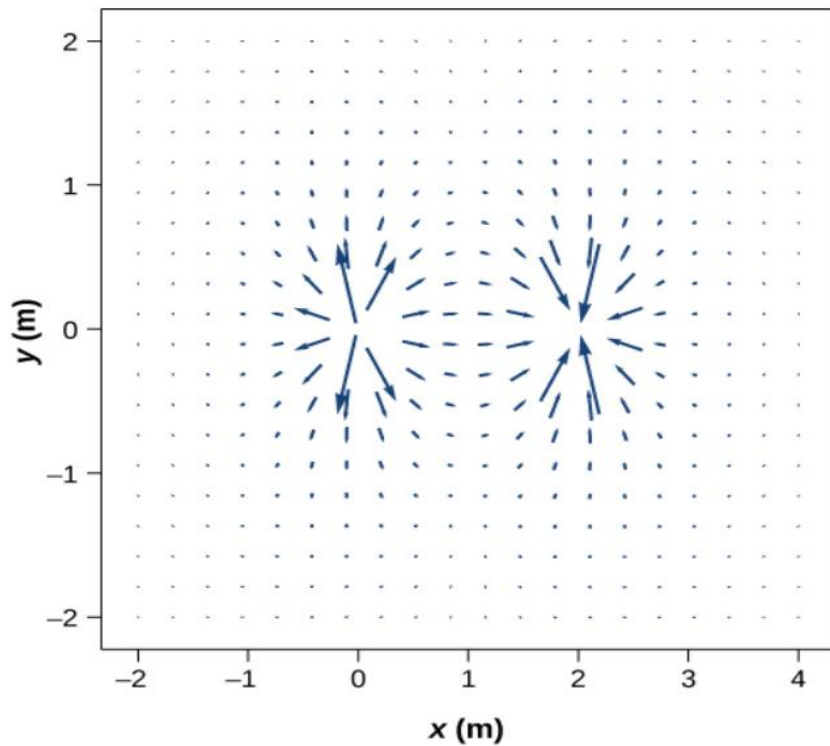


Linie pola

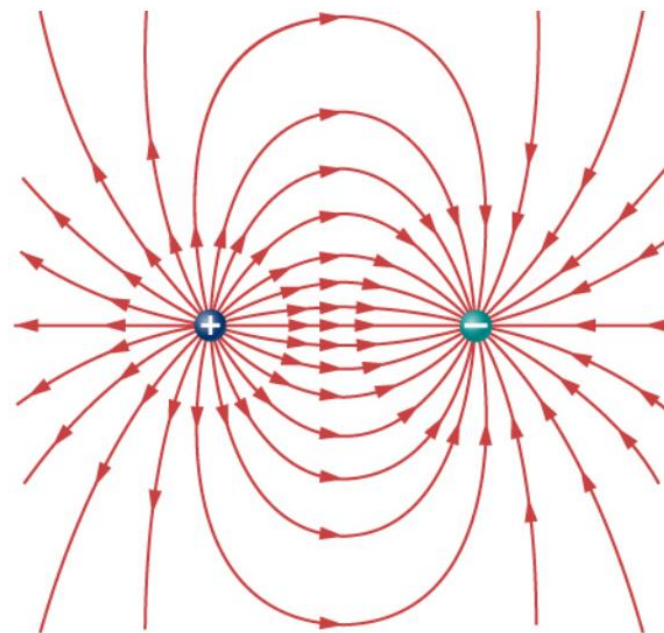


Linie pola elektrycznego - dipol

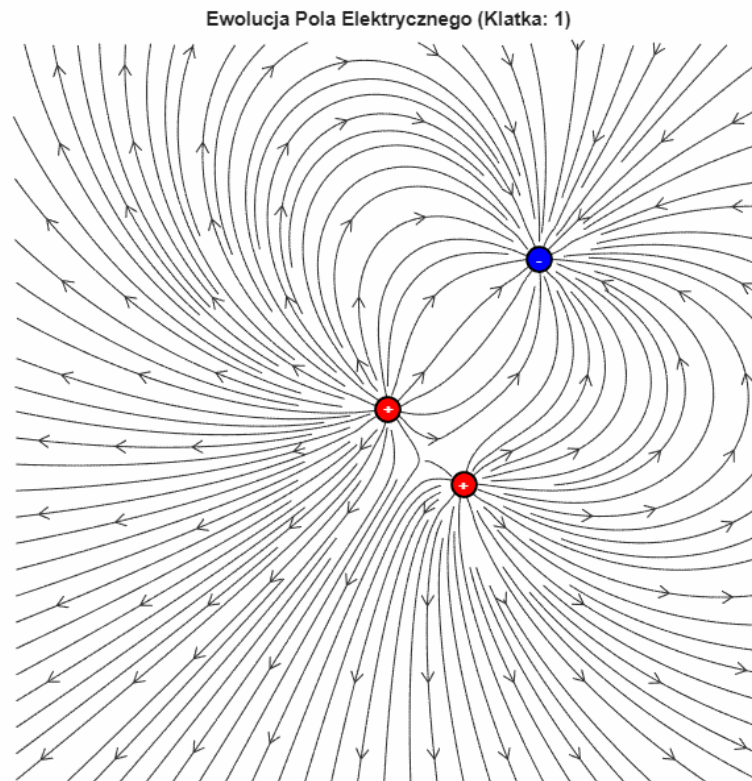
Pole wektorowe



Linie pola



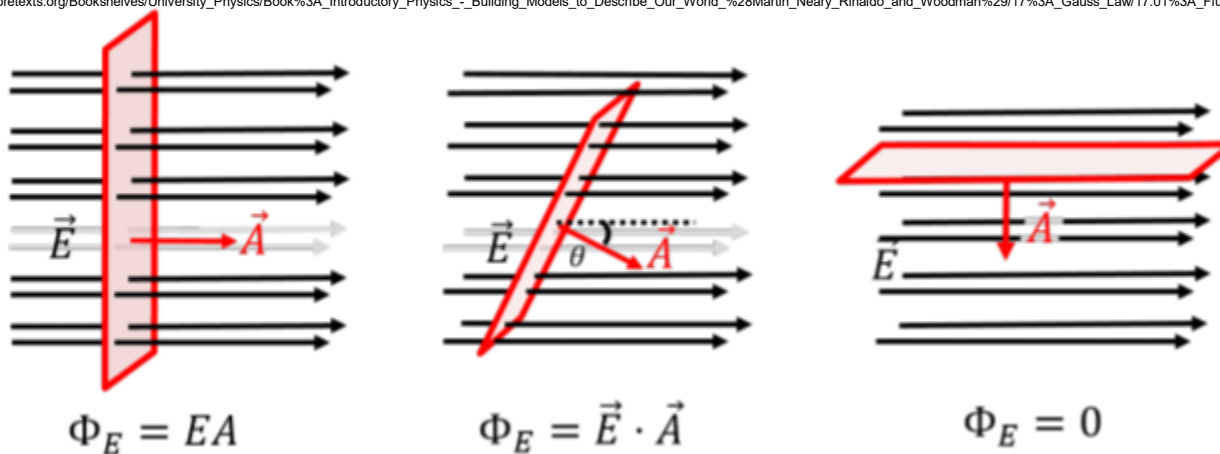
Linie pola elektrycznego



Strumień natężenia pola elektrycznego

Strumień pola elektrycznego (Φ) odpowiada „ilości” pola elektrycznego przenikającego przez tę powierzchnię.

https://phys.libretexts.org/Bookshelves/University_Physics/Book%3A_Introductory_Physics_-_Building_Models_to_Describe_Our_World_%28Martin_Neary_Rinaldo_and_Woodman%29/17%3A_Gauss_Law/17.01%3A_Flux_of_the_Electric_Field

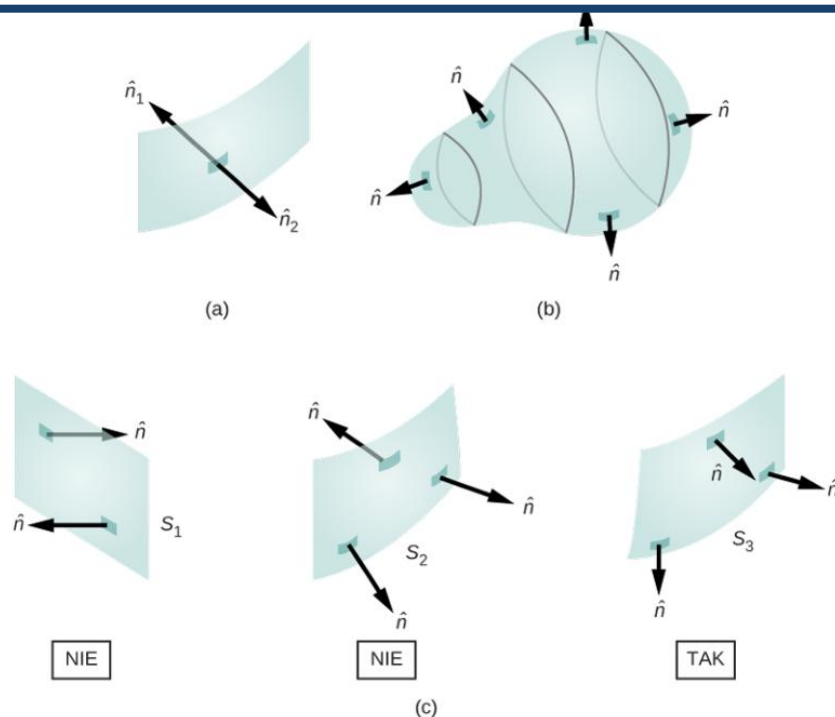


Dla pola jednorodnego: $\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A}$

$\Phi \left[\frac{Nm^2}{C} = Vm \right]$ - strumień pola elektrycznego

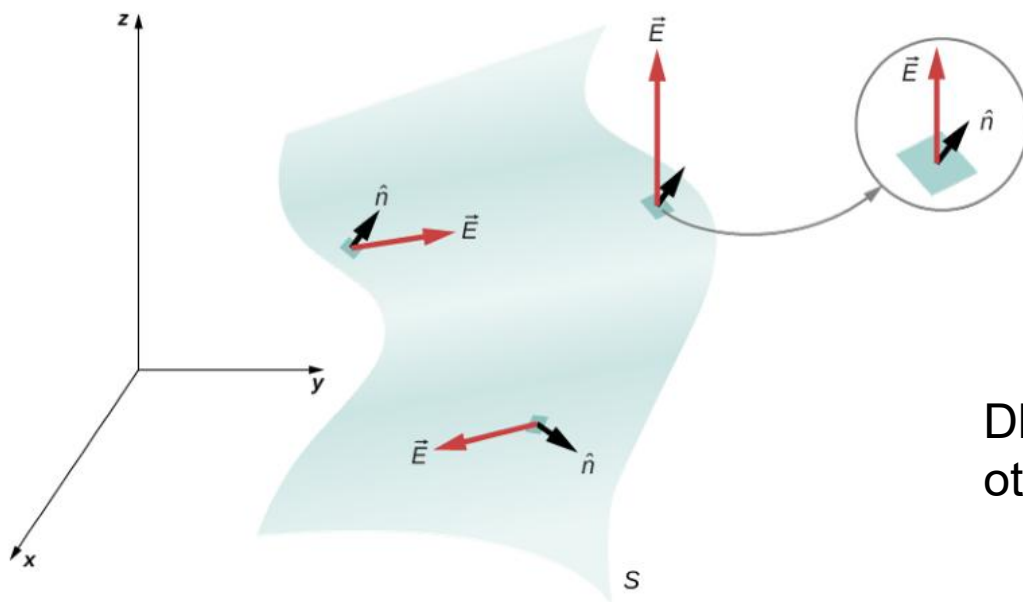
Strumień natężenia pola elektrycznego

Zwrot i kierunek wektora powierzchni dobierany jest wg konwencji: zawsze prostopadły do powierzchni, na zewnątrz tej powierzchni.



Strumień natężenia pola elektrycznego

W przypadku powierzchni niepłaskich traktujemy je jako zbiór wielu powierzchni płaskich, których wkład sumujemy.



Dla i-tego elementu:

$$\delta\Phi_{Ei} = \vec{E}_i \cdot \delta\vec{S}_i$$

$$\Phi_E = \sum_{i=1}^N \delta\Phi_{Ei} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i \cdot \delta\vec{S}_i$$

Gdy $\delta\vec{S}_i \rightarrow 0$

Dla powierzchni
otwartej:

$$\Phi_E = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Dla powierzchni
zamkniętej:

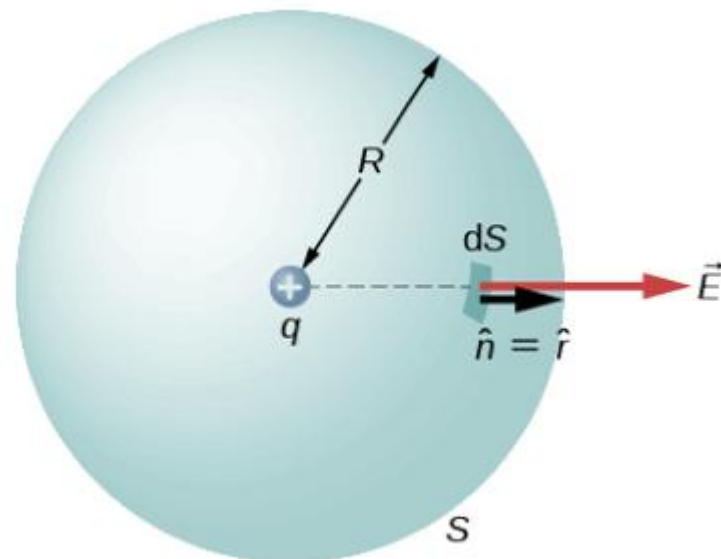
$$\Phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Strumień natężenia pola elektrycznego dla zamkniętej kuli

$$\Phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

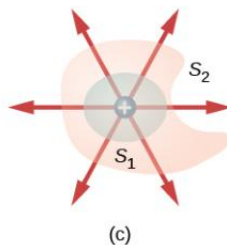
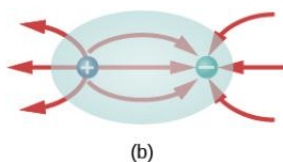
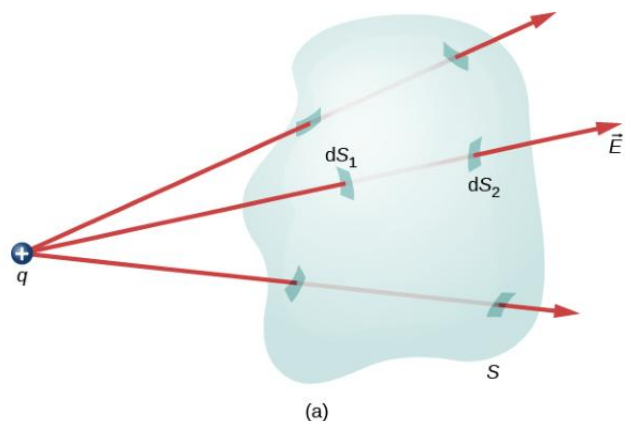
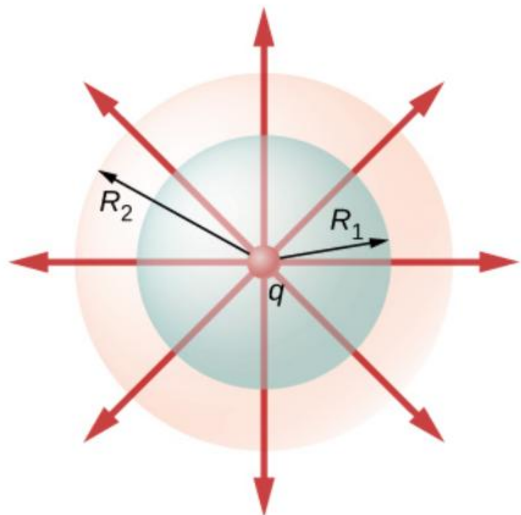
$$\begin{aligned} d\Phi_E &= \vec{E} \cdot d\vec{S} = \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \hat{r} \cdot \hat{r} dS = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} dS \end{aligned}$$

$$\Phi_E = \oiint_S \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} dS = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \oiint_S dS = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} 4\pi R^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$



Strumień natężenia pola elektrycznego dla zamkniętej kuli

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$



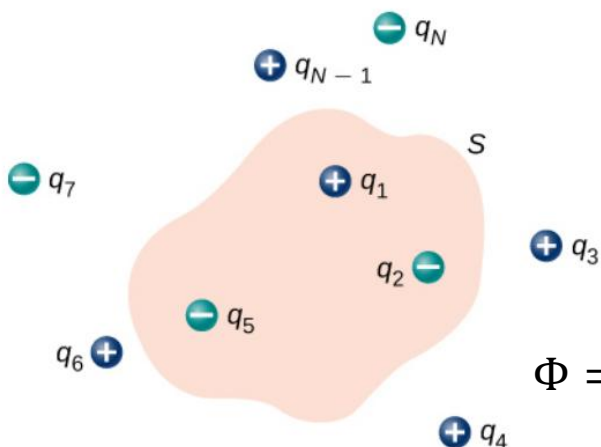
Wnioski:

- Strumień przez zamkniętą sferyczną powierzchnię nie zależy do jej promienia
- Gdy nie ma ładunków wewnątrz zamkniętej powierzchni, strumień pola elektrycznego musi być równy zero.
- Gdy ładunki równe, ale o przeciwnych znakach znajdują się wewnątrz zamkniętej powierzchni, strumień pola elektrycznego musi być równy zero.
- Dla każdej dowolnie wybranej powierzchni liczba linii przechodzących przez nią będzie taka sama.

Prawo Gaussa

Strumień natężenia pola elektrycznego przez dowolną zamkniętą powierzchnię, nazywaną powierzchnią Gaussa, jest równy wypadkowemu ładunkowi otoczonemu przez tę powierzchnię, podzielonemu przez przenikalność elektryczną próżni.

$$\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

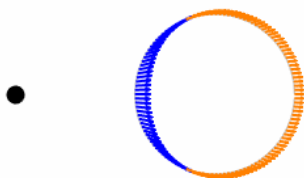


$$\Phi = \frac{q_1 + q_2 + q_5}{\epsilon_0}$$

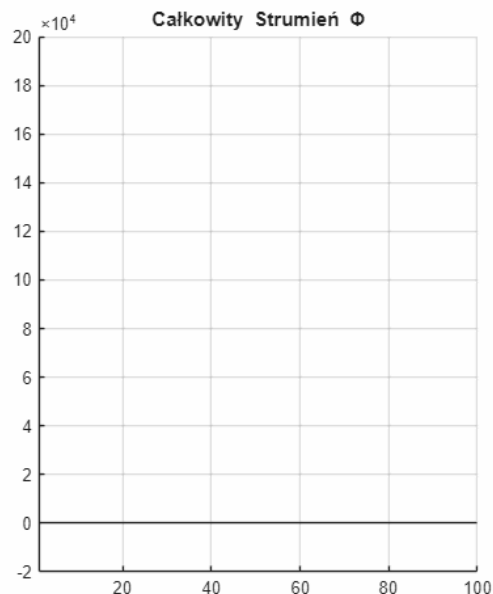
Prawo Gaussa

Strumień natężenia pola elektrycznego przez dowolną zamkniętą powierzchnię, nazywaną powierzchnią Gaussa, jest równy wypadkowemu ładunkowi otoczonemu przez tę powierzchnię, podzielonemu przez przenikalność elektryczną próżni.

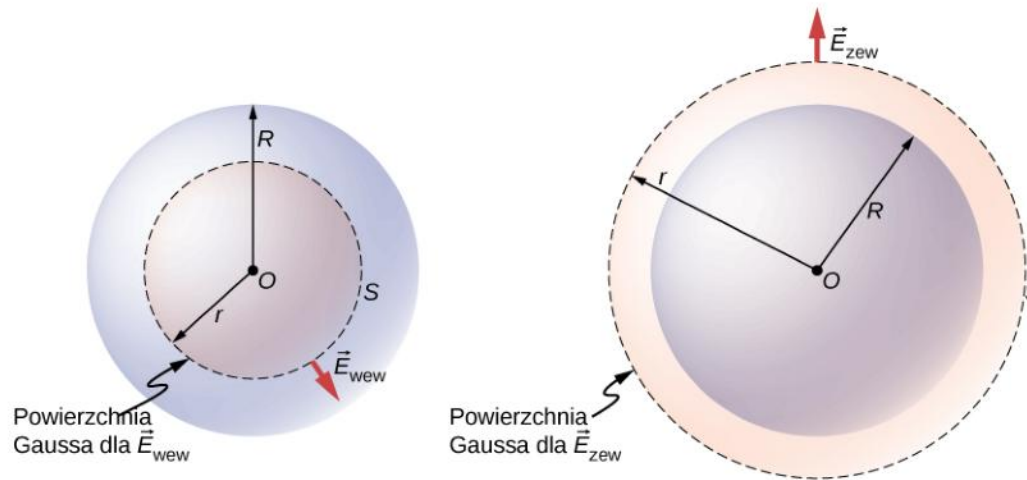
Bilans: Niebieskie (Wejście) vs Pomarańczowe (Wyjście)



ŁADUNEK NA ZEWNĄTRZ
(Niebieska znosi się z Pomarańczową)



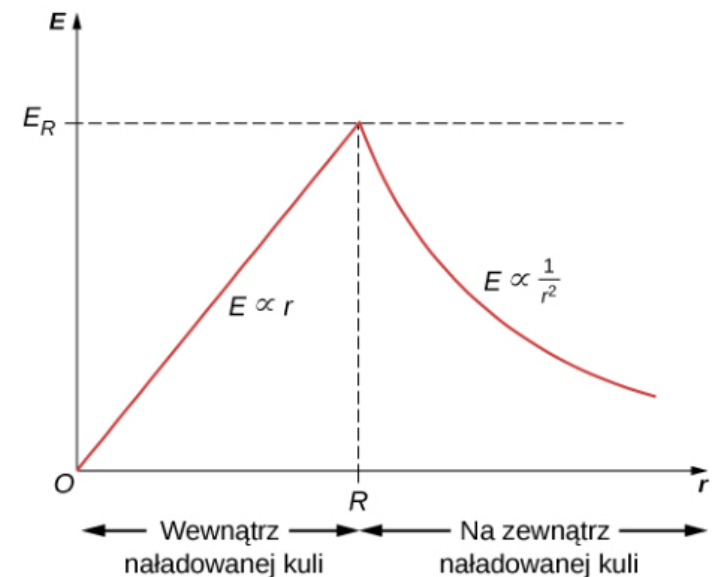
Prawo Gaussa – jednorodnie naładowana kula



$$q_{wew} = \begin{cases} q_{wew}, r < R \\ q_{cał}, r \geq R \end{cases}$$

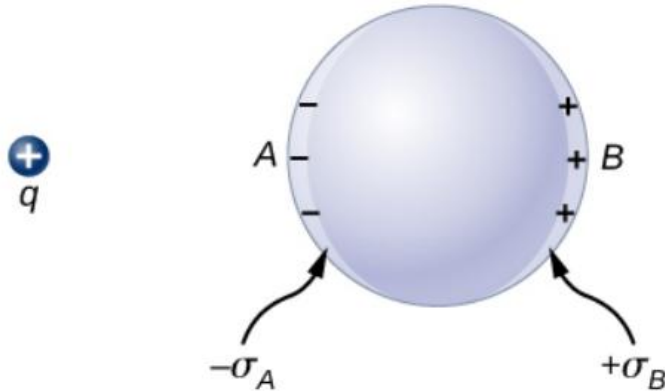
$$\vec{E}_{wew} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{wew}}{r^2} = \frac{\rho_0 r}{3\epsilon_0}$$

$$\vec{E}_{zew} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{cał}}{r^2} = \frac{\rho_0 R^3}{3\epsilon_0 r^2}$$



Prawo Gaussa – przewodnik

Wewnątrz przewodnika pole elektryczne zanika.

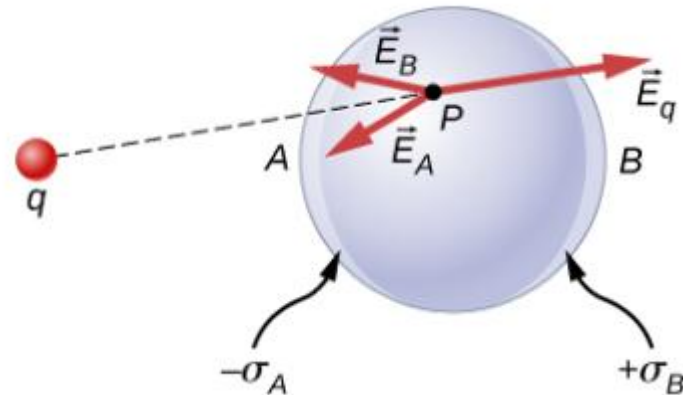


Na powierzchni:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Gęstość ładunku:

$$\sigma = \frac{q}{S}$$

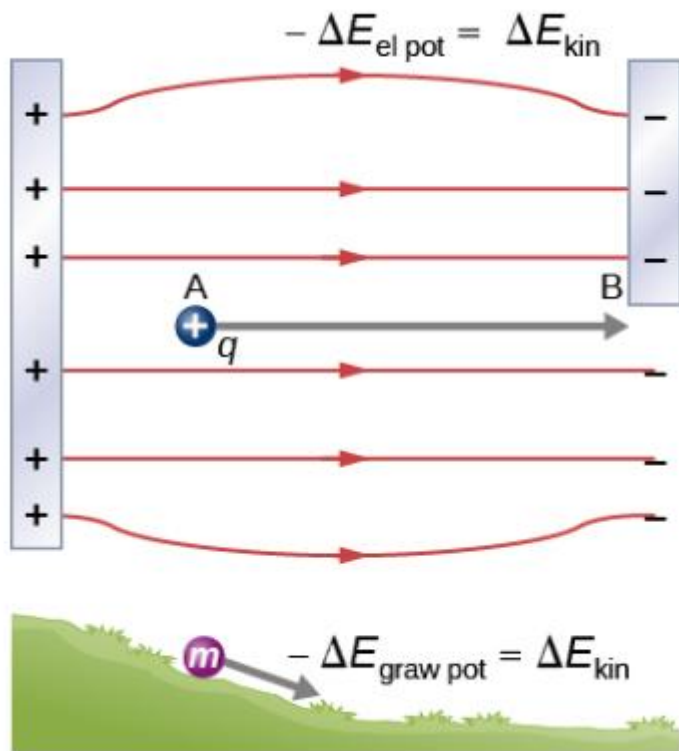


Wewnątrz:

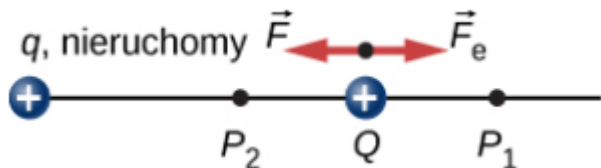
$$\vec{E}_p = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_q = 0$$

Energia potencjalna

Ładunek jest przyspieszany przez pole elektryczne. Następuje zamiana energii potencjalnej na kinetyczną.



Energia potencjalna



$\vec{F}$ – siła zewnętrzna

$\vec{F}_e$ – siła Coulomba

Siły się równoważą $\vec{F} = -\vec{F}_e$

$$\vec{F} = -\vec{F}_e = -\frac{kQq}{r^2} \hat{r}$$

$$W_{12} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\Delta E_p$$

Energia potencjalna

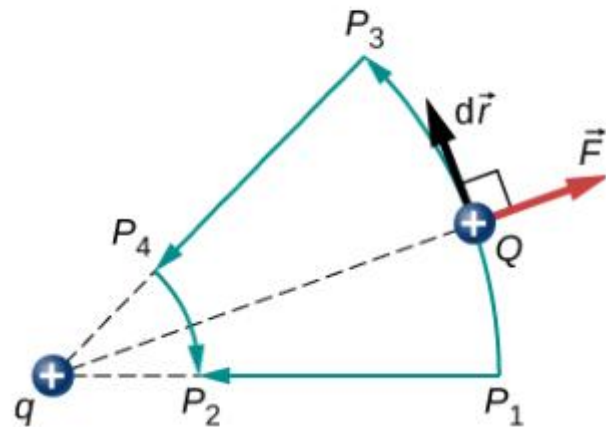
$$\vec{F} = -\frac{kQq}{r^2} \hat{r}$$

$$\Delta E_p = - \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = - \int_{r_3}^{r_4} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\Delta E_p = - \int_{r_1}^{r_2} -\frac{kQq}{r^2} \cdot dr = kQq \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

Poziom odniesienia $\rightarrow \infty$

$$E_p(r) = \frac{kQq}{r}$$

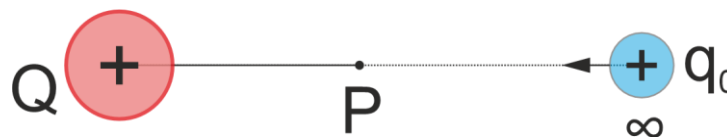


Potencjał elektryczny

Wielkość skalarna niezależna od wielkości ładunku próbnego.

$$V = \frac{E_p}{q_0} = - \frac{W_\infty}{q_0}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta E_p}{q_0}$$

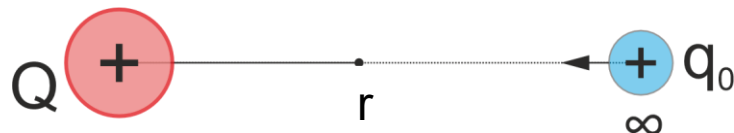


$V \left[\frac{J}{C} = V \right]$ - potencjał elektryczny

$W [J]$ - praca potrzebna do przeniesienia ładunku próbnego z nieskończoności

$E_p [J]$ - energia potencjalna

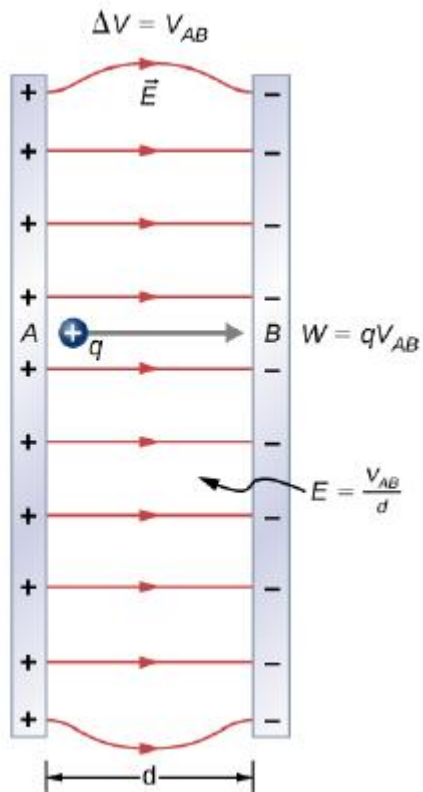
Potencjał elektryczny – ładunek punktowy



$$\begin{aligned} V &= -\frac{W_{\infty}}{q_0} = -\frac{1}{q_0} \int_{\infty}^r \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\frac{1}{q_0} \int_{\infty}^r q_0 \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{r} = \\ &= -\int_{\infty}^r \frac{kq}{r^2} \hat{r} \cdot \hat{r} dr = -\int_{\infty}^r \frac{kq}{r^2} dr = \frac{kq}{r} - \left[\frac{kq}{\infty} \right] = \frac{kq}{r} \end{aligned}$$

Potencjał ładunku punktowego.

Napięcie – naładowane płyty



$$\Delta V = V_B - V_A \quad V_{AB} = V_A - V_B = -\Delta V$$

$$W_{AB} = -\Delta E_p = -q\Delta V = qV_{AB}$$

$$W_{AB} = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd = qEd$$

$$qV_{AB} = qEd$$

$$V_{AB} = Ed$$

$$E = \frac{V_{AB}}{d}$$

Dla jednorodnego pola.

Potencjał a natężenie pola elektrycznego

$$V = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{r} \qquad E = - \frac{dV}{dr}$$

$$E_x = - \frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = - \frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = - \frac{\partial V}{\partial z} \qquad \vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$$

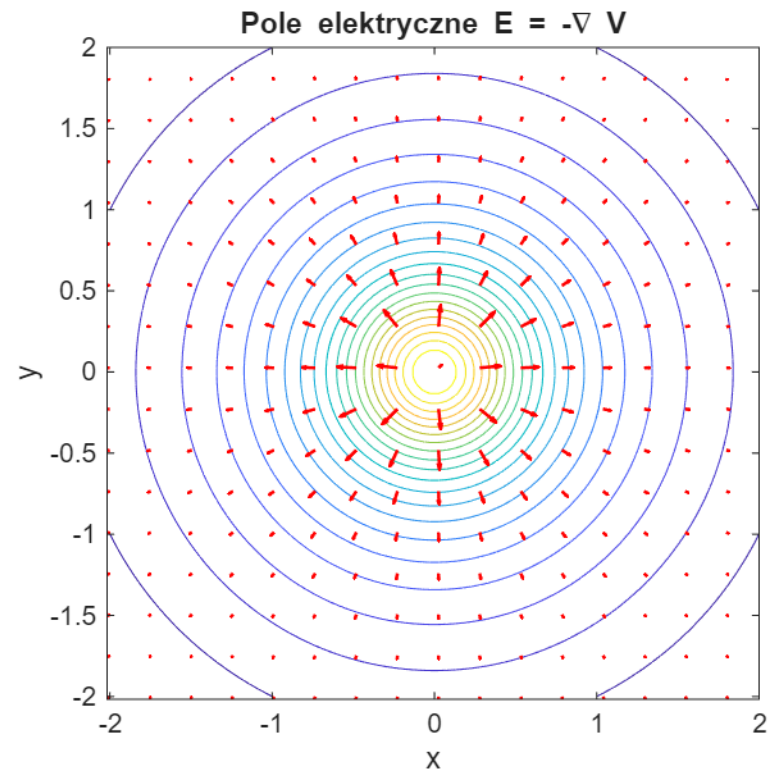
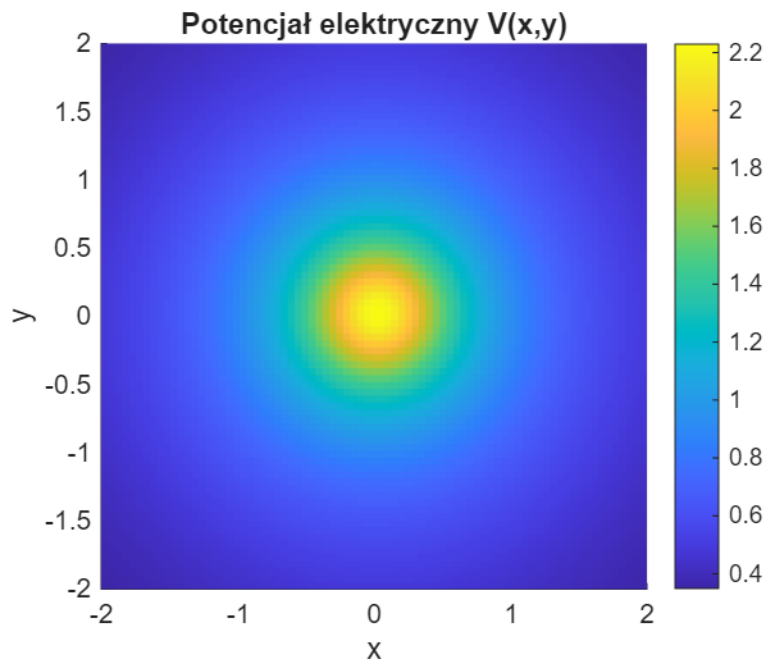
$$\vec{E} = -\hat{i} \frac{\partial V}{\partial x} - \hat{j} \frac{\partial V}{\partial y} - \hat{k} \frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

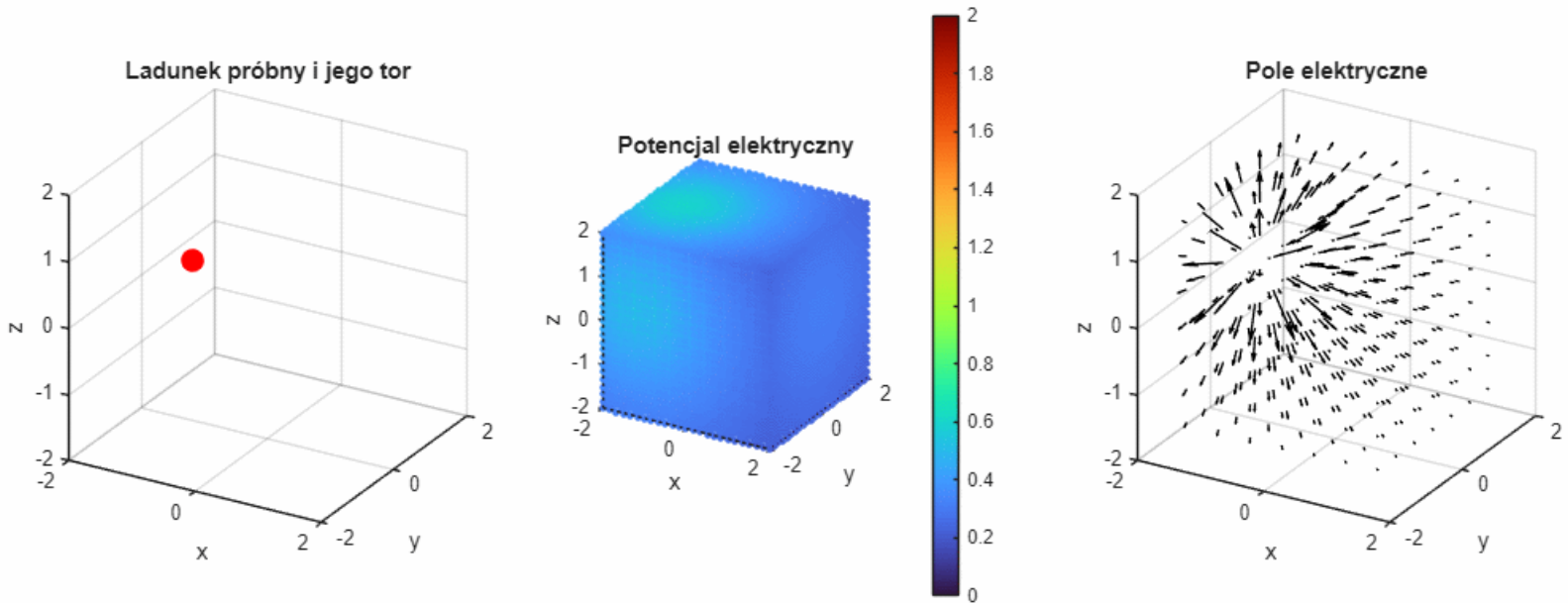
Potencjał a natężenie pola elektrycznego

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$



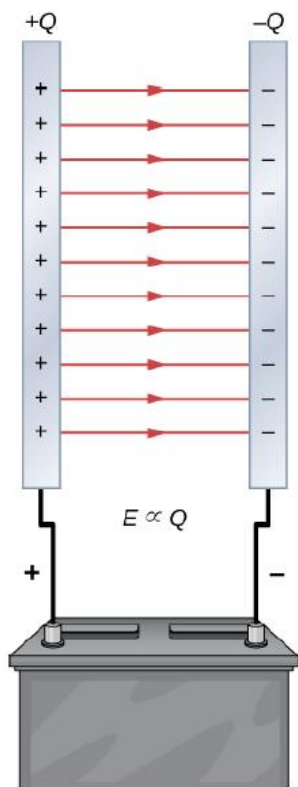
Potencjał a natężenie pola elektrycznego

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$



Pojemność elektryczna

Pojemność elektryczna to stosunek maksymalnego ładunku, który może zgromadzić się w kondensatorze, do napięcia przyłożonego do okładek.



Z prawa Gaussa na pow. przewodnika:

$$E(Q) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{S\epsilon_0}$$

$$U = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$E \propto Q$$

$$U \propto Q$$

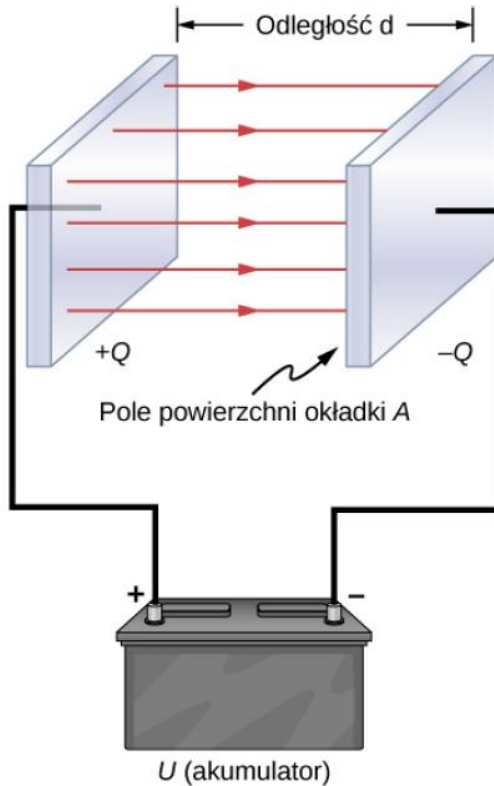
$$U = CQ$$

$$C = \frac{Q}{U} \quad [C] = F = \frac{C}{V}$$

Pojemność zależy od geometrii, nie przyłożonego pola!

Kondensator płaski

Dwie przewodzące, identyczne, równoległe płytki rozdzielone dielektrykiem



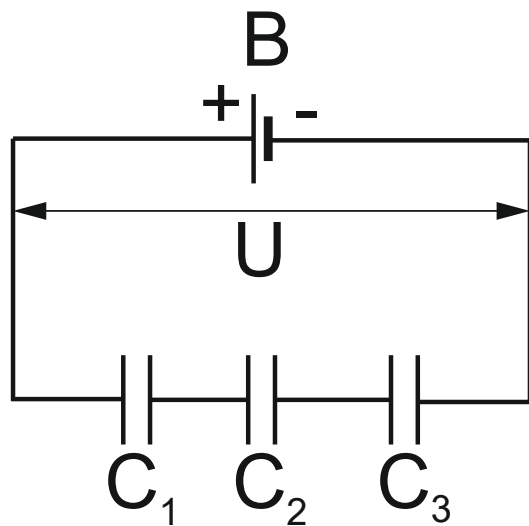
$$E = \frac{Q}{A\epsilon_0}$$

$$U = Ed = \frac{Qd}{A\epsilon_0}$$

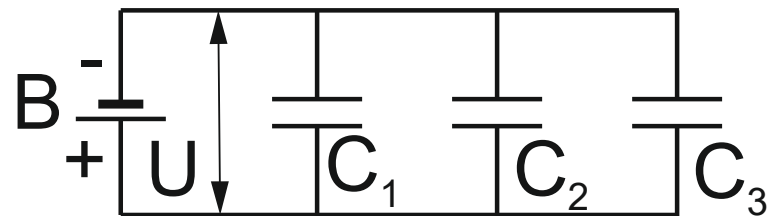
$$C = \frac{Q}{\frac{Qd}{A\epsilon_0}} = \frac{A\epsilon_0}{d}$$

Łączenie kondensatorów

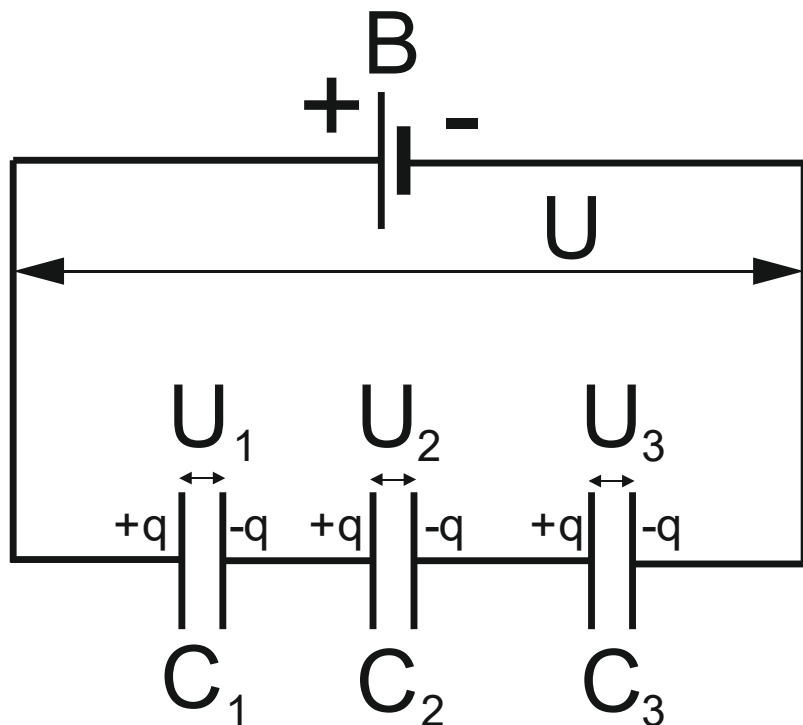
Szeregowe



Równoległe



Połączenie szeregowe



$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} \quad U_2 = \frac{Q_2}{C_2} \quad U_3 = \frac{Q_3}{C_3}$$

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

$$\frac{1}{C_z} = \frac{Q}{U} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Połączenie równoległe

$$Q_1 = C_1 * U_1$$

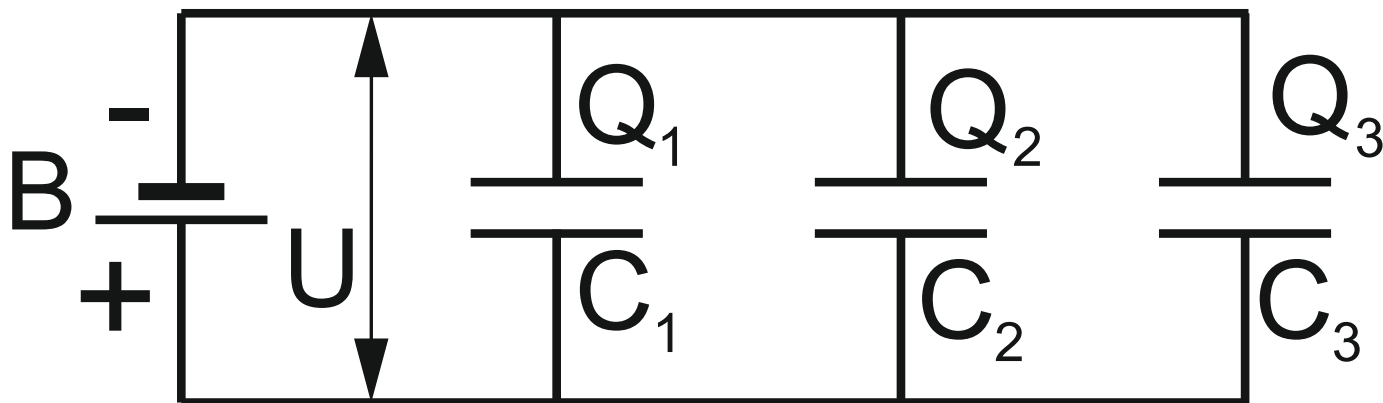
$$U = U_1 = U_2 = U_3$$

$$Q_2 = C_2 * U_2$$

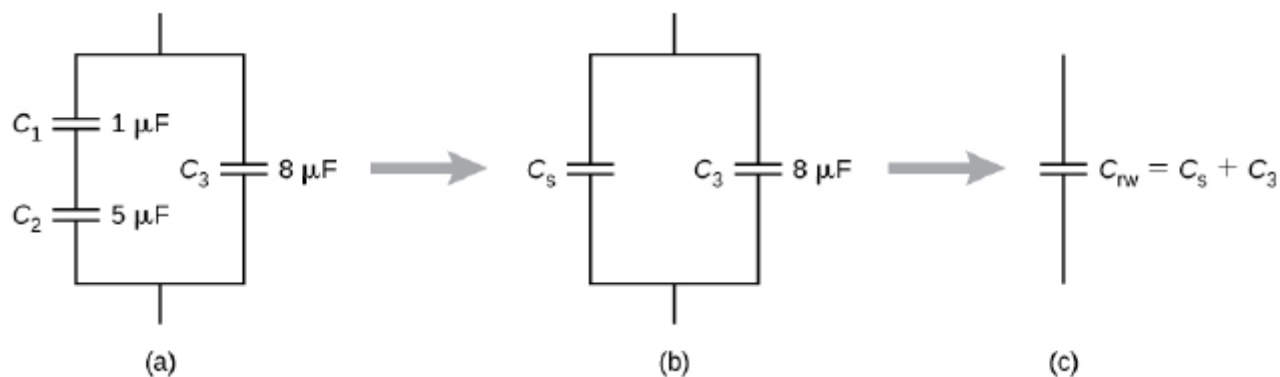
$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q_3 = C_3 * U_3$$

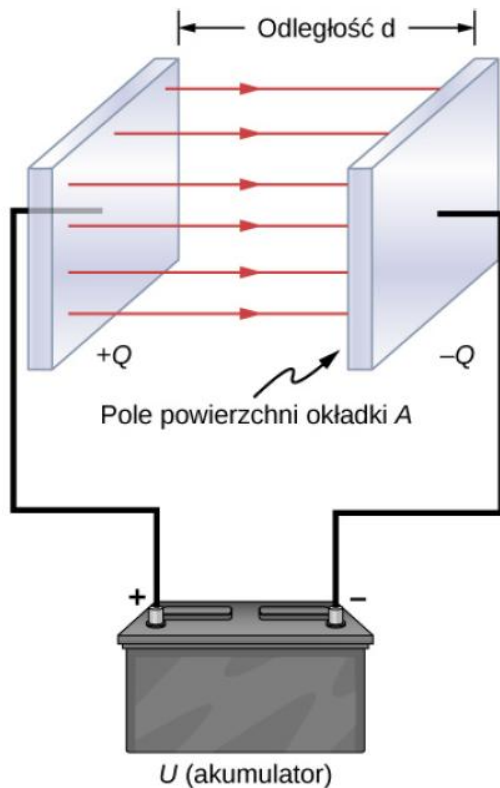
$$C_z = \frac{Q}{U} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{U} = \frac{Q_1}{U} + \frac{Q_2}{U} + \frac{Q_3}{U} = C_1 + C_2 + C_3$$



Połączenie równoległe i szeregowe



Energia kondensatora



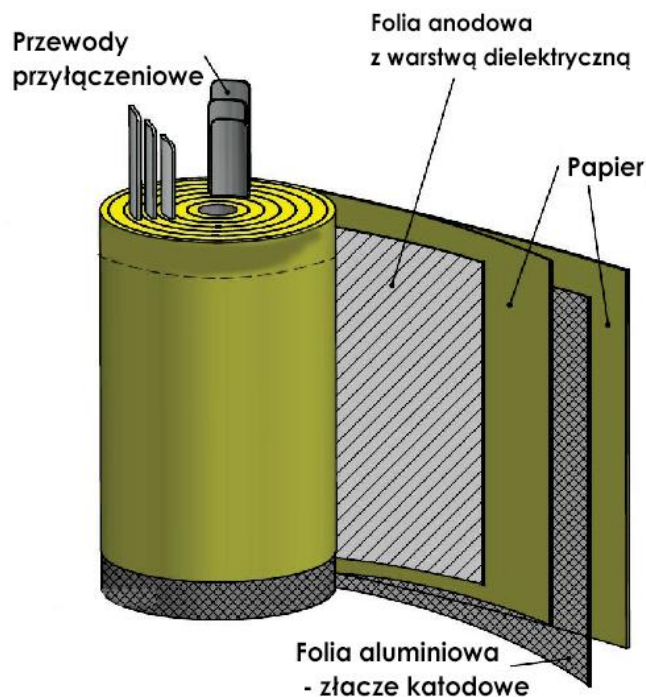
$$dW = U dq$$

$$U = \frac{q}{C}$$

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q}{U} = \frac{1}{2} \frac{U^2}{C}$$

Zastosowania kondensatorów



<https://www.dacpol.eu/pl/Baza-Wiedzy/wpis/co-to-jest-kondensator-elektrolityczny-budowa-zalety-i-rodzaje.html>

Magazynowanie energii

Tłumienie skoków napięcia

Filtrowanie sygnałów



FIZYKA Z ELEMENTAMI FIZYKI RADIACYJNEJ I | WYKŁAD 12

Dziękuję za uwagę

dr inż. Katarzyna Gwóźdź